Lösung Aufgabe 1: Punkte

a) $\lim_{x\to\infty}(ax\,e^x-2\,e^x)=\lim_{x\to\infty}((ax-2)e^x)=\infty$ 2 P

$\lim_{x\to-\infty}(ax\,e^x-2\,e^x)=\lim_{x\to-\infty}((ax-2)e^x)=0$ 2 P

b) <u>Nullstellen:</u> $f_a(x)=0$ 1 P

$(ax-2)e^x=0 \qquad e^x>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$ 2 P

$=> \ ax-2=0 \ <=> \ ax=2 \ <=> \ x=\frac{2}{a}$ 1 P

$N(\frac{2}{a}\mid 0)$ 1 P

<u>Wendepunkte:</u>

- notwendiges Kriterium: $f_a''(x)=0$ 1 P
  $(ax+2\text{a}-2)e^x=0 \qquad e^x>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$ 2 P
  $=> \ (ax+2\text{a}-2)=0 => x=\frac{2-2\text{a}}{a}$ 2 P
- hinreichendes Kriterium: $f_a'''(x)\neq 0$ 1 P
  $f_a'''(x)=ax\,e^x+3\text{a}\,e^x-2\,e^x$ 1 P
  $f_a'''(\frac{2-2\text{a}}{a})=(2-2\text{a})e^{\frac{2-2\text{a}}{a}}+(3\text{a}-2)e^{\frac{2-2\text{a}}{a}}=ae^{\frac{2-2\text{a}}{a}} \qquad e^{\frac{2-2\text{a}}{a}}>0 \quad \forall a\in\mathbb{R}$ 2 P
  da a > 0 gilt: $a\,e^{\frac{2-2\text{a}}{a}}>0 =>$ Wendepunkt 1 P

$f_a(\frac{2-2\text{a}}{a})=((2-2\text{a})-2)e^{\frac{2-2\text{a}}{a}}=-2\text{a}e^{\frac{2-2\text{a}}{a}}$ 1 P

$W(\frac{2-2\text{a}}{a}\mid -2\text{a}e^{\frac{2-2\text{a}}{a}})$ 1 P

c)

$W(\frac{2-2\text{a}}{a}\mid -2\text{a}e^{\frac{2-2\text{a}}{a}})$

Wendetangente: t(x) = mx + n 1 P

1. $m=f_a'(\frac{2-2\text{a}}{a}) \qquad f_a'(\frac{2-2\text{a}}{a})=(2-2\text{a}+a-2)e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}=-a\,e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}=m$ 3 P

2. Wendepunkt und m in t(x) einsetzen:

$-2\text{a}\,e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}=(\frac{2-2\text{a}}{a})(-a)e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}+n \qquad => \ n=(-2\text{a}+2-2\text{a})e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}=(-4\text{a}+2)e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}$ 3 P

$t(x)=-axe^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}+(-4\text{a}+2)e^{(\frac{2-2\text{a}}{a})}$ 1 P

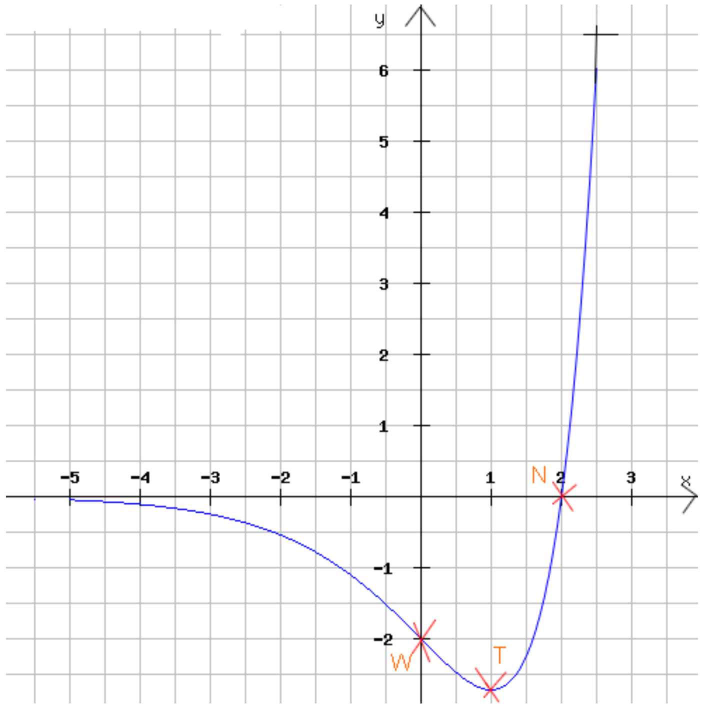
d) $f_1(x)=x\,e^x-2\,e^x$ 1 P

<u>Wertetabelle:</u> 5 P

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
y	-0,05	-0,11	-0,25	-0,54	-1,1	-2	-2,72	0	6,09

T(1|-2,72), W(0|-2), N(2|0)

Zeichnung:



1 P Achsenbeschriftung
1 P ordentliches Zeichnen
1 P Achsenbezeichnung
4 P alle Punkte eingetragen
2 P besondere Punkte beschriftet

e) $a \in \mathbb{R}$

Extrema:

- notwendiges Kriterium: $g_a'(x) = 0$ 1 P
  $g_a'(x) = ax\,e^x + a\,e^x + 2\,e^x$ 1 P
  $(ax + a + 2)\,e^x = 0$ $e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ 2 P
  => $(ax + a + 2) = 0$ => $x = -\dfrac{a+2}{a}$ für $a \neq 0$ 2 P
- hinreichendes Kriterium: $g_a''(x) \neq 0$ 1 P
  $g_a''(x) = ax\,e^x + 2a\,e^x + 2\,e^x$ 1 P
  $g_a''\left(-\dfrac{a+2}{a}\right) = (-a - 2 + 2a + 2)\,e^{\frac{-2-a}{a}} = ae^{\frac{-2-a}{a}}$ $e^{\frac{-2-a}{a}} > 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$ 2 P

Fallunterscheidung:

- a > 0: $ae^{\frac{-2-a}{a}} > 0$ => Tiefpunkt bei $T\left(-\dfrac{a+2}{a} \mid -ae^{\frac{-2-a}{a}}\right)$ 2 P
- a < 0: $ae^{\frac{-2-a}{a}} < 0$ => Hochpunkt bei $H\left(-\dfrac{a+2}{a} \mid -ae^{\frac{-2-a}{a}}\right)$ 2 P
- a = 0: $f_0(x) = -2\,e^x$ => kein Extrema, da einfache Exponentialfunktion 2 P
- alternativer Nachweis a = 0: notwendiges Kriterium: $f_0'(x) = -2\,e^x = 0$ führt zum Widerspruch, da $e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Summe Punkte Aufgabe 1: 60

Lösung Aufgabe 2:
Aufgabenidee und Bild in der Aufgabenstellung entnommen aus: http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/m/a/ga2/HH2007gk13%20-%20Schiffbau.pdf, letztes Zugriffsdatum: 21.3.2016

a) achsensymmetrisch zur y-Achse: f(x) = f(-x) — 1 P
$f(x) = 0{,}5x^4 - 1{,}6x^2$ und $f(-x) = 0{,}5x^4 - 1{,}6x^2$ — 2 P
=> f(x) = f(-x) => Achsensymmetrie zur y-Achse — 1 P

b) Tiefpunkte:

- notwendiges Kriterium: $f'(x)=0$ — 1 P
  $f'(x)=2x^3-3{,}2x$ — 1 P
  $2x^3-3{,}2x=0$ <=> $x(2x^2-3{,}2)=0$ — 1 P
  => $x=0 \vee 2x^2-3{,}2=0$ => $x^2=1{,}6$ => $x_{2/3}=\pm\sqrt{1{,}6}$ — 3 P
- hinreichendes Kriterium: $f''(x)>0$ — 1 P
  $f''(x)=6x^2-3{,}2$ — 1 P
  $f''(\sqrt{1{,}6})=6\cdot 1{,}6-3{,}2=6{,}4>0$ => Tiefpunkt, $T(\sqrt{1{,}6} \mid -1{,}28)$ — 3 P
  $f''(-\sqrt{1{,}6})=6\cdot 1{,}6-3{,}2=6{,}4>0$ => Tiefpunkt, $T(-\sqrt{1{,}6} \mid -1{,}28)$ — 3 P

Betrachtung x = 0: f''(0) = -3,2 < 0 => Hochpunkt, H(0|0) — 1 P

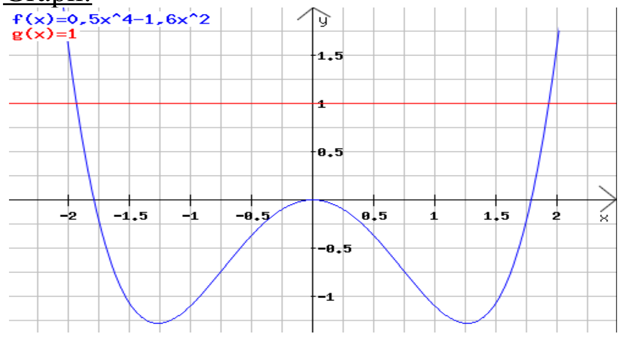
Abstand H zu Decklinie: 1 => Abstand der Tiefpunkte zur Decklinie = |-1,28| + 1 = 2,28 — 1 P

Antwortsatz: Der Abstand der Tiefpunkte zur Decklinie beträgt 2,28 Einheiten. — 1 P

Länge der Decklinie:
=> Abstand der Nullstellen der verschobenen Funktion $g(x) = 0{,}5x^4 - 1{,}6x^2 - 1$ — 1 P
=> g(x) = 0, $x^2 = z$ — 1 P
=> $0{,}5z^2 - 1{,}6z - 1 = 0$ | 2 => $z^2 - 3{,}2z - 2 = 0$ — 2 P
$z_{1/2}=1{,}6\pm\sqrt{1{,}6^2+2}=1{,}6\pm\sqrt{4{,}56}=\frac{8\pm\sqrt{114}}{5}$ — 2 P
=> $z_1=\frac{8+\sqrt{114}}{5}\approx 3{,}74$, $z_2=\frac{8-\sqrt{114}}{5}\approx -0{,}54$ — 2 P
$x_{1/2}=\pm\sqrt{z_1}$ => $x_1\approx 1{,}93$, $x_2\approx -1{,}93$ — 2 P
$x_{3/4}=\pm\sqrt{z_2}\approx\pm\sqrt{-054}$ => keine Lösung — 2 P
$l\approx 2\cdot 1{,}93=3{,}86$ — 1 P
Antwortsatz: Die Decklinie ist ca. 3,86 Einheiten lang. — 1 P

c) Nullstellen: f(x) = 0 => $x^2(0{,}5x^2-1{,}6)=0$ — 2 P
=> $x_{1/2}=0 \vee 0{,}5x^2=1{,}6$ => $x_{3/4}=\pm\sqrt{3{,}2}\approx\pm 1{,}79$ — 3 P

Graph:



1 P Achsenbeschriftung
1 P ordentliches Zeichnen
1 P Achsenbezeichnung
1 P richtige Achseneinteilung
6 P alle Punkte von f(x) eingetragen und verbunden
1 P g(x)

d)

$$A=2\cdot\left|\int_{-1,79}^{0}(0{,}5x^4-1{,}6x^2)\,dx\right|=2\cdot\left|\left[\frac{1}{10}x^5-\frac{8}{15}x^3\right]_{-1,79}^{0}\right|$$ 2 P

$$=\ 2\cdot\left|0-\left(\frac{1}{10}(-1{,}79)^5-\frac{8}{15}(-1{,}79)^3\right)\right|\approx 2{,}4424$$ 2 P

e) Flächenberechnung z.B. durch Verschieben von f(x) => g(x) siehe Aufgabe b)

$$A=\left|\int_{-1,93}^{1,93}(0{,}5x^4-1{,}6x^2-1)\,dx\right|=\left|\left[\frac{1}{10}x^5-\frac{8}{15}x^3-x\right]_{-1,93}^{1,93}\right|$$ 2 P

$$=\left|\left(\frac{1}{10}(1{,}93)^5-\frac{8}{15}(1{,}93)^3-1{,}93\right)-\left(\frac{1}{10}(-1{,}93)^5-\frac{8}{15}(-1{,}79)^3+1{,}93\right)\right|\approx|-3{,}0863-3{,}0863|$$

$= 6{,}1726$ 3 P

Summe Punkte Aufgabe 2: 60

Lösung Aufgabe 3:

a) Ansatz: $f(x)=ax^6+bx^5+cx^4+dx^3+ex^2+gx+h$ 1 P

- Eigenschaft Achsensymmetrie: nur gerade Exponenten => $f(x)=ax^6+bx^4+cx^2+d$ 2 P
- Eigenschaft Tiefpunkt: f ' (1) = 0 1 P
  $f'(x)=6ax^5+4bx^3+2cx$ => $f'(1)=6a+4b+2c=0$ I 2 P
  (alternative Lösung: Tiefpunkt bei -1 führt zur selben Lösung)
- Steigung an der Stelle x = 0,5 beträgt $-\frac{9}{8}$: $f'(0{,}5)=\frac{3}{16}a+\frac{1}{2}b+c=-\frac{9}{8}$ II 2 P
- Schnittpunkt mit der y-Achse: f(0) = d = 0,5 => d = 0,5 2 P

=> $f(x)=ax^6+bx^4+cx^2+\frac{1}{2}$ 1 P

- bestimmtes Integral: 4 P

$$\int_{-0,5}^{0}\left(ax^6+bx^4+cx^2+\frac{1}{2}\right)dx\ =\left[\frac{1}{7}ax^7+\frac{1}{5}bx^5+\frac{1}{3}cx^3+\frac{1}{2}x\right]_{-0,5}^{0}$$

$$=0-\left(-\frac{1}{896}a-\frac{1}{160}b-\frac{1}{24}c-\frac{1}{4}\right)=\frac{523}{2240}\qquad \text{III}$$

- lineares Gleichungssystem: 3 P

I $6a + 4b + 2c = 0$

II $3a + 8b + 16c = -18$

III $\frac{5}{2}a + 14b + \frac{280}{3}c = -37$

I – 2 II: $-12b - 30c = 36$ | (-16) 2 P

5 II – 6 III: $-44b - 480c = 132$ | +

$148b = -444$ | : 148 => $b = -3$ 2 P

- b einsetzen in $-12b - 30c = 36$: $36 - 30c = 36$ | -36 => $-30c = 0$ => $c = 0$ 2 P
- b, c in I einsetzen: $6a + 4(-3) + 0 = 0$ => $6a = 12$ => $a = 2$ 2 P

=> $f(x) = 2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}$ ist die gesuchte Funktion 2 P

b) Nullstellen: f(x) = 0 => $2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2} = 0$ 2 P

gegebene Nullstelle: $N_1\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \mid 0\right)$ => $(2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}) : (x + \frac{1}{\sqrt{2}}) = 0$

Symmetrieeigenschaft: $N_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \mid 0\right)$ => $(2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}) : (x - \frac{1}{\sqrt{2}}) = 0$

=> $(2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}) : ((x - \frac{1}{\sqrt{2}})(x + \frac{1}{\sqrt{2}})) = 0$ => $(2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}) : (x^2 - \frac{1}{2}) = 0$ 4 P

x² = z: $(2z^3 - 3z^2 + \frac{1}{2}) : (z - \frac{1}{2}) = 0$ 1 P

Horner-Schema (alternative Lösung: Polynomdivision): 2 P

½	2	-3	0	½
		1	-1	- ½
	2	-2	-1	0

=> $2z^2 - 2z - 1 = 0$ => $z^2 - z - \frac{1}{2} = 0$ 1 P

=> $z_{1/2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{4}}$ => $z_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}} \wedge z_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}$ 3 P

=> $x_{3/4} = \pm\sqrt{z_1} = \pm\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \wedge x_{5/6} = \pm\sqrt{z_2} = \pm\sqrt{\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$ 2 P

=> $x_{5/6}$ *keine Lösung, da* $\frac{1-\sqrt{3}}{2} < 0$ 1 P

=> $x_3 = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \wedge x_4 = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$ 2 P

=> $N_1\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \mid 0\right), N_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \mid 0\right), N_3\left(-\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \mid 0\right), N_4\left(\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \mid 0\right)$ 2 P

c)

$$A_1 = \left| \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}} (2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2})\,dx \right| = \left| \left[\frac{2}{7}x^7 - \frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{2}x\right]_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}} \right| \approx |0{,}1270 - 0{,}2727|$$

3 P

$= |-0{,}1457| = 0{,}1457$ 2 P

$$A_2=\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x^6-3x^4+\frac{1}{2})dx \;=\left[\frac{2}{7}x^7-\frac{3}{5}x^5+\frac{1}{2}x\right]_{\frac{-1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$ 2 P

$$=(\frac{2}{7}(\frac{1}{\sqrt{2}})^7-\frac{3}{5}(\frac{1}{\sqrt{2}})^5+\frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}))-(\frac{2}{7}(-\frac{1}{\sqrt{2}})^7-\frac{3}{5}(-\frac{1}{\sqrt{2}})^5+\frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}}))\approx 0{,}5455$$ 2 P

(alternative Lösungen: aus Teilberechnung von A_1 folgt $A_2\approx 0{,}2727+0{,}2727=0{,}5454$ oder $A_2=2\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{0}(2x^6-3x^4+\frac{1}{2})dx$)

$A=2A_1+A_2\approx 2\cdot 0{,}1457+0{,}5455=0{,}8369$ A ist gesuchter Flächeninhalt 3 P

Summe Punkte Aufgabe 3: 60

Lösung Aufgabe 4:

a)

Bestimmung eine Normalenvektors $\vec{n}$:

$\vec{n}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, $\vec{n}\perp\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix} \wedge \vec{n}\perp\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix}$ => $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}=0 \wedge \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix}=0$ 4 P

=> lineares Gleichungssystem:

I $3x - 2y + z = 0$

II $-3x + y - 2z = 0$ 2 P

III: I + II: $-y - z = 0$ z frei wählen: $z = c$ 1 P

z in III einsetzen: $- y - c = 0$ => $y = -c$ 1 P

y, z in I einsetzen: $3x + 2c + c = 0$ => $3x = -3c$ => $x = -c$ 1 P

Wahl: $c = 1$ => $\vec{n}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$ 2 P

Normalengleichung von E_1: Kennzeichnung: 1 P

E_1: $\left[\vec{x}-\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}=0$ 1 P

=> $\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}=0$ => $\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}-2=0$ => $\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}=2$ 2 P

=> $-x - y + z = 2$ Koordinatenform von E_1 Kennzeichnung + Angabe: 2 P

b) $E_1 = -x - y + z = 2$, E_2: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\3\end{pmatrix}+u\begin{pmatrix}2\\-2\\5\end{pmatrix}+v\begin{pmatrix}2\\-4\\-3\end{pmatrix}$

Bestimmung der Schnittgeraden:

$-(3 + 2u + 2v) - (1 - 2u - 4v) + (3 + 5u - 3v) = 2 \quad |+1$ 2 P

=> $5u - v = 3$ => $v = 5u - 3$ 1 P

v einsetzen in E_2: $u \in \mathbb{R}$

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + (5u-3) \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ 9 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 10 \\ -20 \\ -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 13 \\ 12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 12 \\ -22 \\ -10 \end{pmatrix}$$ 3 P

c)

<u>Bildquelle in Aufgabenstellung (farblich verändert, Schrift hinzugefügt):</u>
Mathematik, Gymnasiale Oberstufe, Berlin, Leistungskurs, MA-3, S. 185

$A \in E_1$? => A in Koordinatenform in E_1 einsetzen: 2 + 0 + 0 = 2 => $A \in E_1$ 2 P

$B \in E_1$? => B in Koordinatenform in E_1 einsetzen: 0 + 2 + 0 = 2 => $B \in E_1$ 2 P

überprüfen, ob auch $B \in E_2$ => $B \in g$ => B = g (alternativ: A überprüfen) 1 P

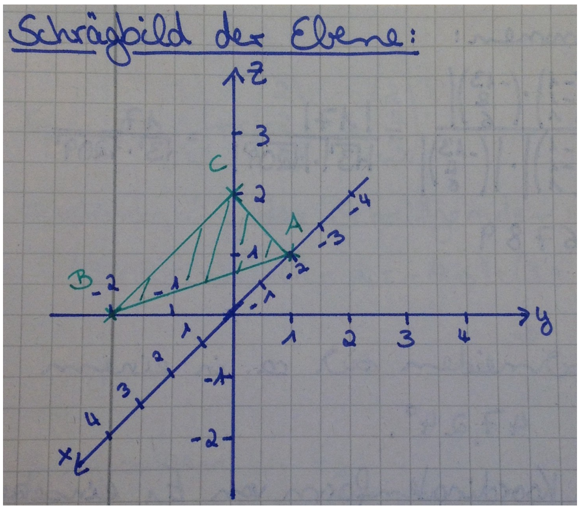
$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 13 \\ 12 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 12 \\ -22 \\ -10 \end{pmatrix}$$ 1 P

=>
$$\left.\begin{array}{ll} 0 = -3 + 12u & \Rightarrow u = \tfrac{1}{4} \\ -2 = 13 - 22u & \\ 0 = 12 - 10u & \Rightarrow u = 6/5 \end{array}\right\} \text{ Widerspruch} \Rightarrow B \notin g$$ 4 P

Antwort: Die Ebene E_1 wird durch die Punkte A, B und C beschrieben. 1 P

C bestimmen:
C(0|0|z) in Koordinatenform von E_1 einsetzen: 0 + 0 + z = 2 => z = 2 => C(0|0|2) 3 P

Schrägbild der Ebene E_1:



2 P alle Achsen mit Beschriftung und Bezeichnung
1 P ordentliches Zeichnen
3 P alle Punkte richtig eintragen
2 P Punkte richtig verbinden
1 P schraffieren

d)

- Abstand Punkt P zur Ebene E_1:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |\vec{n}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}, \quad \vec{n}_0 = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$ 3 P

- Hesse'sche Normalform von E_1:

  E: $\left[\vec{x}-\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}=0$ 1 P

- $d=\left|\left(\vec{p}-\vec{a}\right)\cdot\vec{n}_0\right|=\left|\left(\begin{pmatrix}2\\-2\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}\right|=\left|\begin{pmatrix}-3\\1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}\right|=\left|\frac{3}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right|=\frac{2}{\sqrt{3}}\approx 1{,}15$

  4 P

- Antwort: Der Abstand zwischen dem Punkt P und dem Bergmassiv beträgt ca. 1,15 Einheiten. 1 P

- $\begin{pmatrix}2\\-2\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\-3\\4\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix}$ 1 P

  => lineares Gleichungssystem:
  I 2 = 5 + 3r – 3s
  II -2 = -3 – 2r + s
  III z = 4 + r – 2s 2 P

  I + 3 II: -4 = -4 – 3r => r = 0
  r einsetzen in I: 2 = 5 – 3s => s = 1
  r, s in III einsetzen: z = 2 1 P

  Antwort: Die Messung kann stimmen, weil sich der Helikopter über dem Bergmassiv befinden würde. 1 P

Summe Punkte Aufgabe 4: 60