

**Feststellungsprüfung Mathematik**  
**Analytische Geometrie**

Arbeitszeit: 90 Minuten

**Musterprüfung**

Hilfsmittel: Taschenrechner, Merkhilfe der Mathematik

*In allen Aufgaben ist ein kartesisches Koordinatensystem des  $\mathbb{R}^3$  vorausgesetzt.*

**1.0** Gegeben sind die Gerade  $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  mit  $\lambda \in \mathbb{R}$  und die Ebene  $E: x_1 + 2x_2 - x_3 - 1 = 0$

**1.1** Zeigen Sie, dass die Gerade  $g$  auf der Ebene  $E$  liegt.

**1.2** Die Punkte  $A(1/1/2)$  und  $B(3/b_2/b_3)$  liegen auf der Gerade  $g$ . Bestimmen Sie die Koordinaten  $b_2$  und  $b_3$ .

**1.3** Mit dem Punkt  $C(3/-2/-2)$ , der nicht auf der Gerade  $g$  aber in der Ebene  $E$  liegt, wird das Dreieck  $ABC$  bestimmt. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

**1.4** Das Dreieck  $ABC$  ist die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze  $R(2/r_2/4)$ . Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide in Abhängigkeit von  $r_2$ .

**1.5** Berechnen Sie  $r_2$  so, dass die Länge der Höhe der Pyramide  $\sqrt{6}$  LE beträgt.

**2.0** Gegeben sind der Punkt  $A(0/1/2)$  und die Punktmenge  $B_\tau(1/2\tau/3\tau)$  mit  $\tau \in \mathbb{R}$ .

**2.1** Geben Sie die Gleichung der Gerade  $g$  an, auf der alle Punkte  $B_\tau$  liegen.

(Hinweis: Betrachten Sie  $\tau$  als Parameter)

**2.2** Bestimmen Sie  $\tau$  so, dass  $B_\tau$  und  $A$  die kürzeste Entfernung haben.

**2.3** Bestimmen Sie eine Normalengleichung der Ebene  $E$ , in der der Punkt  $A$  und alle Punkte  $B_\tau$  liegen. (mögliches Ergebnis:  $E: x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 1 = 0$ )

**2.4** Gegeben ist weiterhin die Ebene  $F: x_2 + x_3 - 4 = 0$ . Bestimmen Sie eine Gleichung der

Schnittgerade  $s$  der Ebenen  $E$  und  $F$ . (Teilergebnis: Richtungsvektor  $\vec{u}_s = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ )

**2.5** Berechnen Sie den Schnittwinkel  $\varphi$  der Ebenen  $E$  und  $F$ .

**2.6** Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $A$  von der Ebene  $F$ .

**2.7** Gegeben ist weiterhin die Ebene  $H: x_1 + 7x_2 - x_3 - 2 = 0$ . Bestimmen Sie die Schnittmenge  $\{E \cap F \cap H\}$  und zeigen Sie mit einer Skizze die daraus resultierende gegenseitige Lage der drei Ebenen.