

Beispiel für eine schriftliche Prüfung

Arbeitszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht grafikfähig) und Formelsammlung

Von den vier Aufgaben sollen Sie **drei** auswählen und vollständig bearbeiten.

Erläutern Sie bei allen Aufgaben Ihren Lösungsweg !

Bei Verwendung des Taschenrechners müssen die Ergebnisse auf zwei Stellen hinter dem Komma gerundet werden.

1. Der Graph der ganzrationalen Funktion **v** **4. Grades** ist bezüglich der y-Achse symmetrisch. Er geht durch den Punkt **A(4 | -3)** und hat in **B(2 | 0)** einen Wendepunkt.

1.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion **v** !

1.2 Wie groß ist die Fläche, die vom Graphen der Funktion **v** und den zugehörigen Wendetangenten eingeschlossen wird ?

2.1 $h(x) = -x^2 + 6x - 5 \quad D_h = \mathbb{R}_0^+$

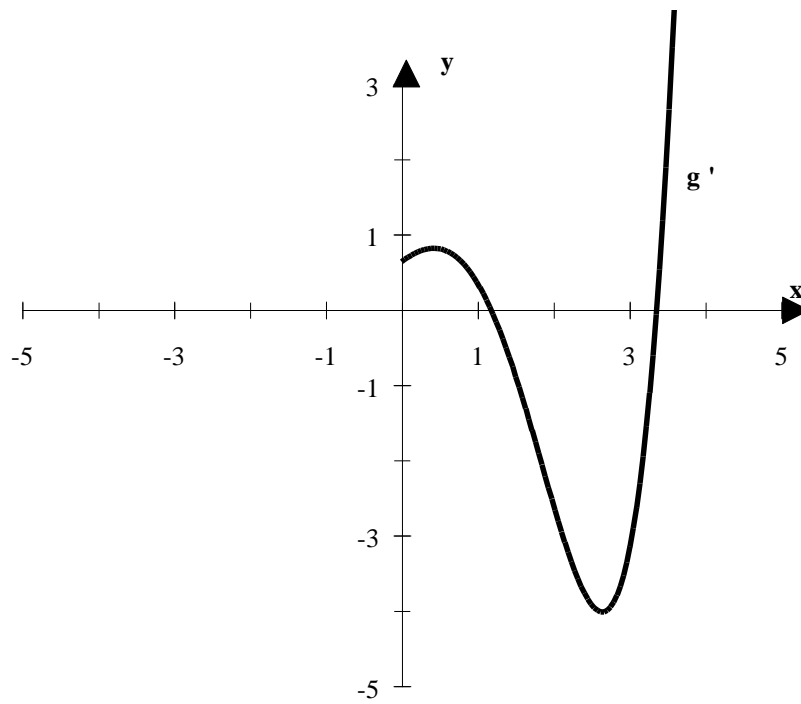
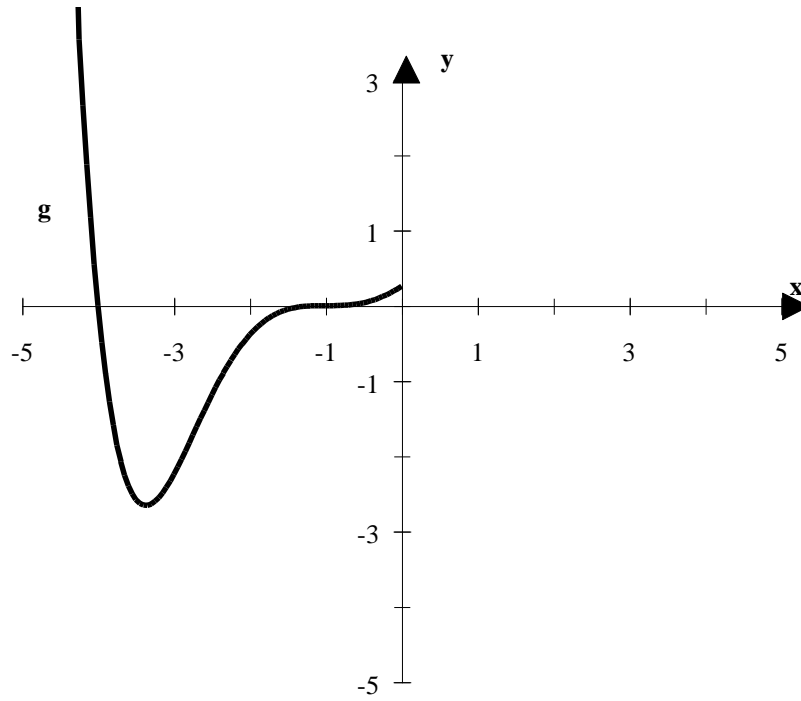
Geben Sie die Definitionsmenge, die Wertemenge und die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion h^{-1} an !

2.2 In den beiden Diagrammen auf der nächsten Seite ist ein Teil des Graphen der Funktion **g** und ein Teil des Graphen der Funktion **g'** dargestellt.

Vervollständigen Sie **qualitativ** den Graphen der Funktion **g** und den Graphen der Funktion **g'** ! Markieren Sie in beiden Graphen die relativen Extrempunkte und die Wendepunkte !

Bestimmen Sie **zeichnerisch** $g''(-5,5)$!

Mathematik M



- 3.1 In der Medizin wird radioaktives Jod benutzt.
- 3.1.1 Bestimmen Sie die Halbwertszeit von Jod, wenn zu Beginn einer Messung **4 mg** und nach **4 Tagen** noch **2,85 mg** Jod vorhanden waren !
- 3.1.2 Ein Patient erhält **5 mg** Jod. Nach **10 Tagen** soll er noch einmal eine weitere Dosis Jod erhalten. Wie groß darf diese zweite Dosis höchstens sein, wenn sich **30 Tage** nach der ersten Einnahme höchstens noch **1 mg** Jod im Körper befinden soll ?
- 3.1.3 Radon zerfällt mit einer Halbwertszeit von **3,8 Tagen** . Es liegen zur gleichen Zeit **200 mg** Radon und **50 mg** Jod vor. Wie lange dauert es, bis von beiden Substanzen die gleiche Menge vorhanden ist ?

3.2 $q(x) = x^2 \cdot e^{-x} + 1$ $\mathbb{D}_q = \mathbb{R}$

- 3.2.1 Bestimmen Sie die Extrempunkte, die Asymptoten und die Wertemenge der Funktion **q** !
- 3.2.2 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion **q** (Maßstab: **1 E $\hat{=}$ 1 cm**) !

- 4.1 Stellen Sie die Funktionsgleichung der Funktion $f(x) = |x - |2x - 4|| + 3x$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ betragsfrei dar und zeichnen Sie den Graphen von **f** !
Untersuchen Sie die Funktion **f** im Punkt **P(x_P | y_P)** mittels Grenzwertbetrachtung auf Differenzierbarkeit !

4.2 $k(x) = 3 \sin\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{2}\right)$ $\mathbb{D}_k = \{x \in \mathbb{R} \mid -\pi \leq x \leq 3\pi\}$

A ist ein Punkt des Graphen der Funktion **k** . Die Tangente an den Graphen der Funktion **k** im Punkt **A** hat die Steigung **-4,5** und schneidet die y-Achse im Punkt **B(0 | y_B)** mit $y_B < 0$. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes **A** !

4.3 $n(x) = x^2$ $\mathbb{D}_n = \mathbb{R}$; $p(x) = -x^2 + 8x - 26$ $\mathbb{D}_p = [4; +\infty)$

Die Gerade **t** ist eine **gemeinsame** Tangente an den Graphen der Funktion **n** im Punkt **P₁** und an den Graphen der Funktion **p** im Punkt **P₂** . Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Gerade **t** !

Die Aufgaben 2 und 3 beim Kurstyp T und die Aufgaben 1, 2.1, 2.3 und 4.1 beim Kurstyp W können als weitere Beispiele herangezogen werden.