

Prüfungsvorschlag Mathematik W-Kurs

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktionenschar $f(x) = \frac{ax}{b + cx^2}$, mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

- Bestimmen Sie die Funktion, die im Ursprung einen Wendepunkt mit der Wendetangente $y_T = x$ hat und an der Stelle $x = \sqrt{2}$ eine Polstelle besitzt.
- Gegeben ist nun die Funktion $g(x) = \frac{2x}{x^2 - 2}$. Diskutieren Sie diese Funktion und zeichnen Sie den Grafen dieser Funktion.
- Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstückes, das der Graf von $g(x)$ und die Geraden $x = 2$ und $x = 5$ einschließen.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $f_t(x) = (x - t)e^{2-x/t}$ mit $x \in \mathbb{R}^+$ und $t \in \mathbb{R}^+$.

- Diskutieren Sie diese Funktion allgemein.
- Zeichnen Sie den Grafen $G_2(x)$ von $f_2(x)$ mit Hilfe der Ergebnisse aus Teil a).
- Was kann man über die Tangenten im Punkt $P(t/0)$ aller Grafen $G_t(x)$ von $f_t(x)$ aussagen?
- Berechnen Sie die Wendetangente im Wendepunkt. Für welchen t -Wert geht diese Wendetangente durch den Punkt $P(0; 5/e)$? Begründung!
- Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von dem Grafen $G_2(x)$, der x -Achse und den Geraden $x_1 = 2$ und $x_2 = 8$ gebildet wird.

Aufgabe 3

Eine Urne enthält fünf rote, drei schwarze und zwei weiße Kugeln. Dieser Urne werden zufällig mit einem Griff drei Kugeln entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

- Die drei entnommenen Kugeln haben dieselbe Farbe.
- Die drei entnommenen Kugeln haben verschiedene Farben.
- Mindestens zwei der entnommenen Kugeln haben dieselbe Farbe.
- Die Zufallsvariable x sei die Anzahl der schwarzen Kugeln unter den entnommenen Kugeln.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von x .

Bestimmen Sie den Erwartungswert von x .

Bestimmen Sie die Standardabweichung von x .