

Beispiel für eine schriftliche Prüfung

Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht grafikfähig) und Formelsammlung

Von den vier Aufgaben sollen Sie **drei** auswählen und vollständig bearbeiten.

Erläutern Sie bei allen Aufgaben Ihren Lösungsweg !

Bei Verwendung des Taschenrechners müssen die Ergebnisse auf zwei Stellen hinter dem Komma gerundet werden !

1.1.1 Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $w(x) = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$ an der Stelle a mit Hilfe des Differentialquotienten, d.h. durch Grenzwertbildung !

1.1.2 Ist die Gerade $h(x) = 12 - 2x$ eine Tangente an den Graphen der Funktion w ?

1.2 Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + a$ und $g(x) = -(x - 3)^2$.

Bestimmen Sie a so, daß sich die beiden Graphen berühren ! Geben Sie auch die Koordinaten des Berührungspunktes an !

Machen Sie eine Zeichnung der beiden Graphen f und g ! (Maßstab: $1 \text{ E} \triangleq 1 \text{ cm}$.)

1.3 Untersuchen Sie die Funktion $p(x) = \frac{1}{5}(2 - x)^{10} - 8x$ auf Wendepunkte !

2.1 $q(x) = x^2 \cdot e^{-x} + 1$ $\mathbb{D}_q = \mathbb{R}$

2.1.1 Bestimmen Sie – soweit vorhanden- die Schnittpunkte des Graphen der Funktion q mit den Koordinatenachsen !

Bestimmen Sie – soweit vorhanden- die Extrempunkte, die Wendepunkte und die Asymptoten des Graphen der Funktion q !

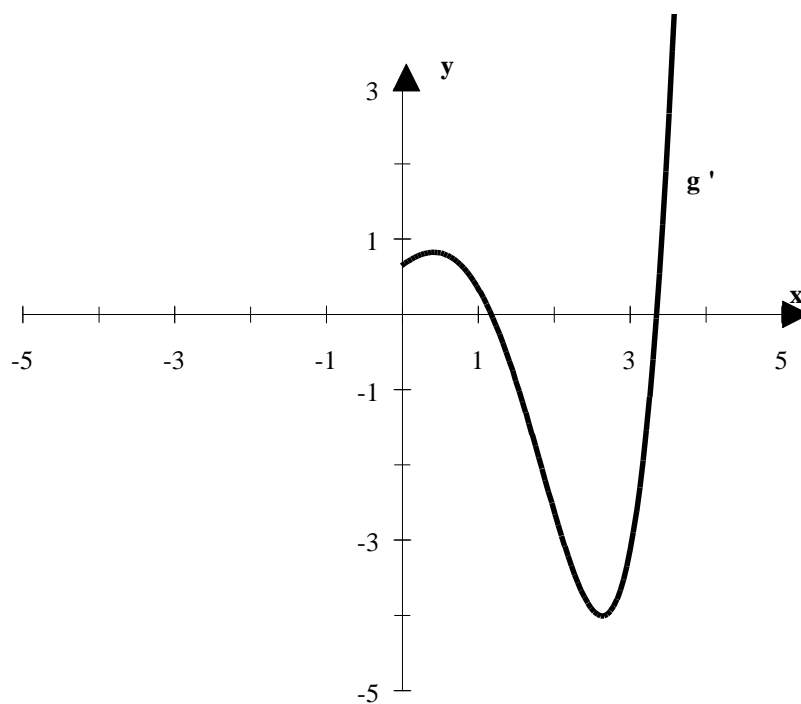
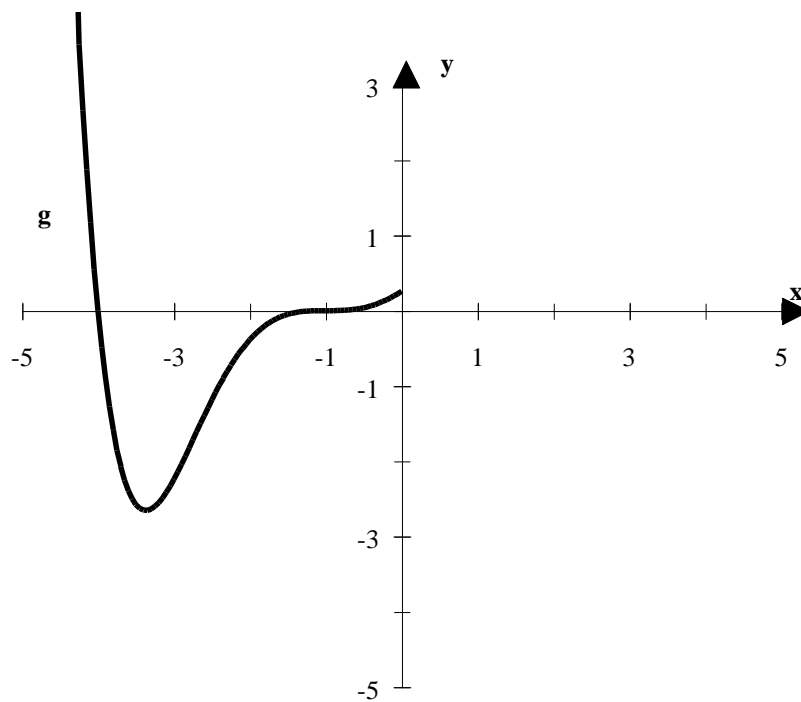
2.1.2 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion q (Maßstab: $1 \text{ E} \triangleq 1 \text{ cm}$) und geben Sie den Wertebereich der Funktion q an !

2.2 In den beiden Diagrammen auf der folgenden Seite ist ein Teil des Graphen der Funktion g und ein Teil des Graphen der Funktion g' dargestellt.

Vervollständigen Sie **qualitativ** den Graphen der Funktion g und den Graphen der Funktion g' ! Markieren Sie in beiden Graphen die relativen Extrempunkte und die Wendepunkte !

Bestimmen Sie **zeichnerisch** $g''(-5,5)$!

Mathematik W



2.3 $f(x) = x^2 - 2x$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion f , der x -Achse und den Geraden $x = -1$ und $x = 3$ eingeschlossen wird !

3. Zur Fußballweltmeisterschaft 2014 bot ein Schokoladenhersteller zusätzlich zu jeder Tafel Schokolade ein (von außen nicht erkennbares) Sammelbild an. Die Bilder zeigen die Spieler aller beteiligten Nationen. Besonders beliebt sind die Sammelbilder mit den deutschen Nationalspielern. Nach Angaben des Herstellers enthält jede fünfte Tafel ein Bild eines Spielers der deutschen Nationalmannschaft. Die Bilder werden völlig zufällig in die Verpackung gelegt.

3.1 Peter kauft im Supermarkt 20 Tafeln Schokolade. Es sollen folgende Ereignisse betrachtet werden:

A: Er findet genau vier Bilder deutscher Nationalspieler.

B: Es sind mindestens sechs Bilder deutscher Nationalspieler dabei.

C: Peter findet in der letzten geöffneten Verpackung zum ersten Mal das Bild eines deutschen Nationalspielers.

Begründen Sie, dass man die Zufallsexperimente A und B als Bernoulli-Kette auffassen kann, und geben Sie deren Parameter an !

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der oben genannten Ereignisse !

3.2 Inga möchte unbedingt ein Bild irgendeines deutschen Nationalspielers bekommen. Berechnen Sie die Anzahl der Schokoladentafeln, die sie mindestens kaufen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens ein solches Bild zu erhalten !

3.3 Die Filialleiterin eines Supermarktes führt eine Werbeaktion durch. Sie verspricht jedem Kunden, der einen Karton mit 20 Schokoladentafeln kauft und dabei nicht mindestens zwei Bilder eines deutschen Nationalspielers bekommt, die Auszahlung von 10 Euro. An einem Karton mit 20 Tafeln Schokolade macht sie außerhalb der Werbeaktion einen Gewinn von 5 Euro.

Berechnen Sie den zu erwartenden Gewinn pro verkauftem Karton während der Werbeaktion !

3.4 Die Filialleiterin hat nach einiger Zeit den Verdacht, dass der Anteil der Bilder deutscher Nationalspieler unter 20 % liegt. Sie untersucht 100 Schokoladentafeln und wird dem Hersteller weiterhin vertrauen, wenn sie mehr als 15 Bilder deutscher Nationalspieler findet.

Bestimmen Sie unter diesen Voraussetzungen die Wahrscheinlichkeit, mit der die Filialleiterin den Hersteller zu Unrecht verdächtigen wird !

Mathematik W

4.1 $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^+$ $g(x) = 2,5x - 5,25$ $\mathbb{D}_g = \mathbb{R}$

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion **f** und vom Graphen der Funktion **g** begrenzt wird !

4.2 $n(x) = x^2$ $\mathbb{D}_n = \mathbb{R}$ $p(x) = -x^2 + 8x - 26$ $\mathbb{D}_p = [4; +\infty)$

Die Gerade **t** ist eine **gemeinsame** Tangente an den Graphen der Funktion **n** im Punkt **P₁** und an den Graphen der Funktion **p** im Punkt **P₂**.

Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden **t** !

4.3 Beim „Lotto 6 aus 49“ erzielt man einen Gewinn, wenn man bei einem Tipp mindestens drei Richtige hat. Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn bei einem Tipp beträgt 0,0186.

4.3.1 Frau Mayer gibt einen Spielzettel mit sechs Tipps ab.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens einen Gewinn erzielt ?

4.3.2 Frau Mayer gibt mehrere Spielzettel mit insgesamt 60 Tipps ab.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens einen Gewinn erzielt ?

4.3.3 Suchen Sie durch Probieren die kleinste Anzahl der Tipps, die Frau Mayer abgeben muss, damit sie mit mindestens 90 % mindestens einen Gewinn erzielt !

Die Aufgaben 1.1 und 1.2 beim Kurstyp M und die Aufgabe 2.1. beim Kurstyp T können als weitere Beispiele herangezogen werden.