Landesstudienkolleg des Landes Sachsen-Anhalt
Abteilung der Martin-Luther-Universität Halle – Wittenberg
[Musterbeispiel]

Feststellungsprüfung Fach: Mathematik; Arbeitszeit: 180 Minuten **M-Kurs**
Hilfsmittel: Tafelwerk, Taschenrechner
(Die Geheimhaltung ist gewährleistet) **NAME:**…………………………………………………….

---

1. Differentialrechnung (32P)

1.1 Änderungsraten

Gegeben ist die reelle Funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2$.

(a) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Funktion f im Intervall [-1; 3], sowie die momentane Änderungsrate an der Stelle x = -1. (4P)

(b) In welchem Punkt ist der Anstieg der Funktion f extrem? Geben Sie die Koordinaten des Punktes und die Steigung an. (4P)

1.2 Tangentengleichung

Ermitteln Sie durch implizites Differenzieren die Steigung der Kurve k: $x^2y - x + y = 3$ im Punkt A = (0|3) und bestimmen Sie die Gleichung der Tangente in diesem Punkt. (4P)

1.3 Gebrochen rationale Funktion

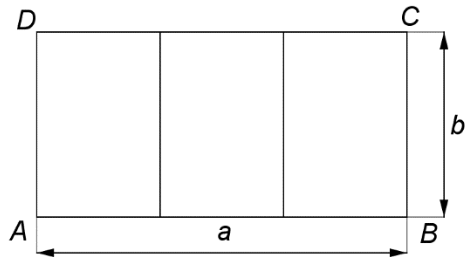
Bestimmen Sie Definitionsmenge, Lage und Art der Polstellen, sowie die Gleichungen aller Asymptoten der Funktion $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{x^2 + 4x}$. (6P)

1.4 Bestimmen einer Funktion aus ihren Eigenschaften

Eine quadratische Funktion hat ihren Scheitel im Punkt S = (2|4) und an der Stelle x = 4 die Steigung -1. Ermitteln Sie durch geeignete Berechnungen die Gleichung der Funktion. (6P)

1.5 Extremwertaufgabe

Ein rechteckiges Grundstück *ABCD* (siehe *Abbildung 1*) soll mit $1000\,m$ Elektrozaun eingezäunt und in drei Teilflächen geteilt werden.
Bestimmen Sie Länge a und Breite b so, dass der Flächeninhalt des Grundstücks *ABCD* maximal wird und berechnen Sie die Größe der maximalen Fläche. (8P)



(Abbildung 1)

2. Integralrechnung (35P)

2.1 Techniken des Integrierens

Ermitteln Sie zur gegebenen Funktion jeweils eine Stammfunktion.

(a) $f(x) = x \cdot \cos(x+1)$ (4P)

(b) $f(x) = 6x \cdot \sqrt{x^2-3}$ (4P)

2.2 Bestimmtes Integral - Grenzen

Bestimmen Sie durch geeignete Berechnungen die obere Grenze *b* so, dass der vom Graphen der Funktion $f(x) = 2x + 1$ und der x-Achse im Intervall $[1; b]$ eingeschlossene Flächeninhalt 10 Flächeneinheiten beträgt und stellen Sie das Problem graphisch dar. (6P)
Verwenden Sie dazu das vorgegebene Koordinatensystem im Anhang.

2.3 Flächeninhalt

Durch die Schnittpunkte der Funktion $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$ mit der positiven x – Achse und der y – Achse verläuft eine Gerade *g*.

(a) Ermitteln Sie die Gleichung von *g* und die Größe des Winkels, den *g* mit der x-Achse einschließt. (6P)

(b) An welcher Stelle ist die Steigung der Funktion f null? Berechnen Sie! (2P)

(c) Der Graph von *f* begrenzt mit seinen Nullstellen und der x – Achse ein Flächenstück.
Berechnen Sie die Größe dieser Fläche und das Verhältnis, indem die Gerade g diese Fläche teilt. (6P)

(d) Stellen Sie die Aufgabe mit hinreichender Genauigkeit graphisch dar. (3P)
Verwenden Sie dazu das vorgegebene Koordinatensystem im Anhang.

2.4 Volumen

Das von der Funktion $f(x) = x^2 + 1$ und der x-Achse im Intervall [0; 3] begrenzte Flächenstück, rotiert um die x- Achse. Berechnen Sie das Volumen des dabei entstehenden Rotationskörpers. (4P)

3. Stochastik (33P)

3.1 Lageparameter

(a) Zehn PatientInnen der Unfallstation eines Krankenhauses wurden bei Ihrer Entlassung nach der Dauer ihres stationären Aufenthalts befragt. Man erhielt folgende Angaben (in Tagen):

3, 4, 2, 7, 1, 2, 3, 5, 2, 3

(i) Berechnen Sie das arithmetisches Mittel $\bar{x}$ und die Standardabweichung s. (3P)

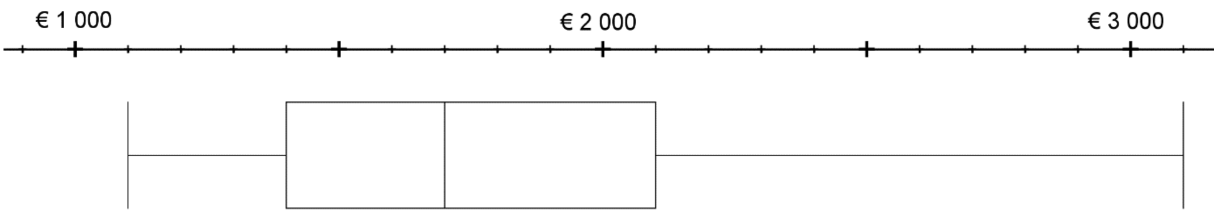
(ii) Bei der Befragung einer zweiten Gruppe erhielt man die Werte: $\bar{x}$ *= 3,4 Tage;* s *= 1,5 Tage*.
Vergleichen Sie die relativen Streuungen miteinander. (3P)

(b) In dem Krankenhaus haben sich die stationären Aufenthalte in den Jahren 2012 bis 2015 gegenüber dem Vorjahr wie folgt verändert:

Jahr	2012	2013	2014	2015
Änderung	+ 5 %	+ 3 %	+ 10 %	- 8 %

Berechnen Sie die durchschnittliche Änderungsrate. (2P)

(c) Die Nettogehälter von 44 Angestellten einer Krankenhausabteilung werden durch ein Boxplot - Diagramm dargestellt (*siehe Abbildung 2*). (4P)



(Abbildung 2)

Ergänzen Sie:

Der Unterschied zwischen dem Mindest- und dem Höchstgehalt beträgt € ______________.

Drei Viertel der Angestellten verdienen mindestens € ______________.

22 Angestellte verdienen nicht mehr als € ______________.

Im Bereich [€ 1 400; € 2 100] liegt das Nettogehalt von ____ % der Angestellten.

3.2 Klassierte Daten

Bei an Diabetes mellitus erkrankte Personen wurden Blutzuckermessungen vorgenommen *(in mg/dl).*

mg/dl	Klassenhäufigkeit	Klassenränder	Klassenmitte
120 - 124	2		
125 - 129	4		
130 - 134	7		
135 - 139	9		
140 - 144	3		
Σ			

(a) Vervollständigen Sie die Tabelle. (2P)

(b) Geben Sie die Gesamtbreite und die Klassenbreite an. Wie nennt man Klasseneinteilungen mit gleich breiten Klassen? (3P)

(c) Wie viel Prozent der Messungen liegen unter 135 mg/dl? (1P)

(d) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Modus und den Median der klassierten Daten. (6P)

(e) Welche Form hat diese Verteilung? (1P)

3.3. Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Fußballer trifft erfahrungsgemäß beim Elfmeterschießen mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% ins Tor. Der Spieler schießt dreimal aufs Tor.

(a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm und stellen Sie fest welche Ereignisse stattfinden können. Notieren Sie dazu die Eintrittswahrscheinlichkeiten. (6P)

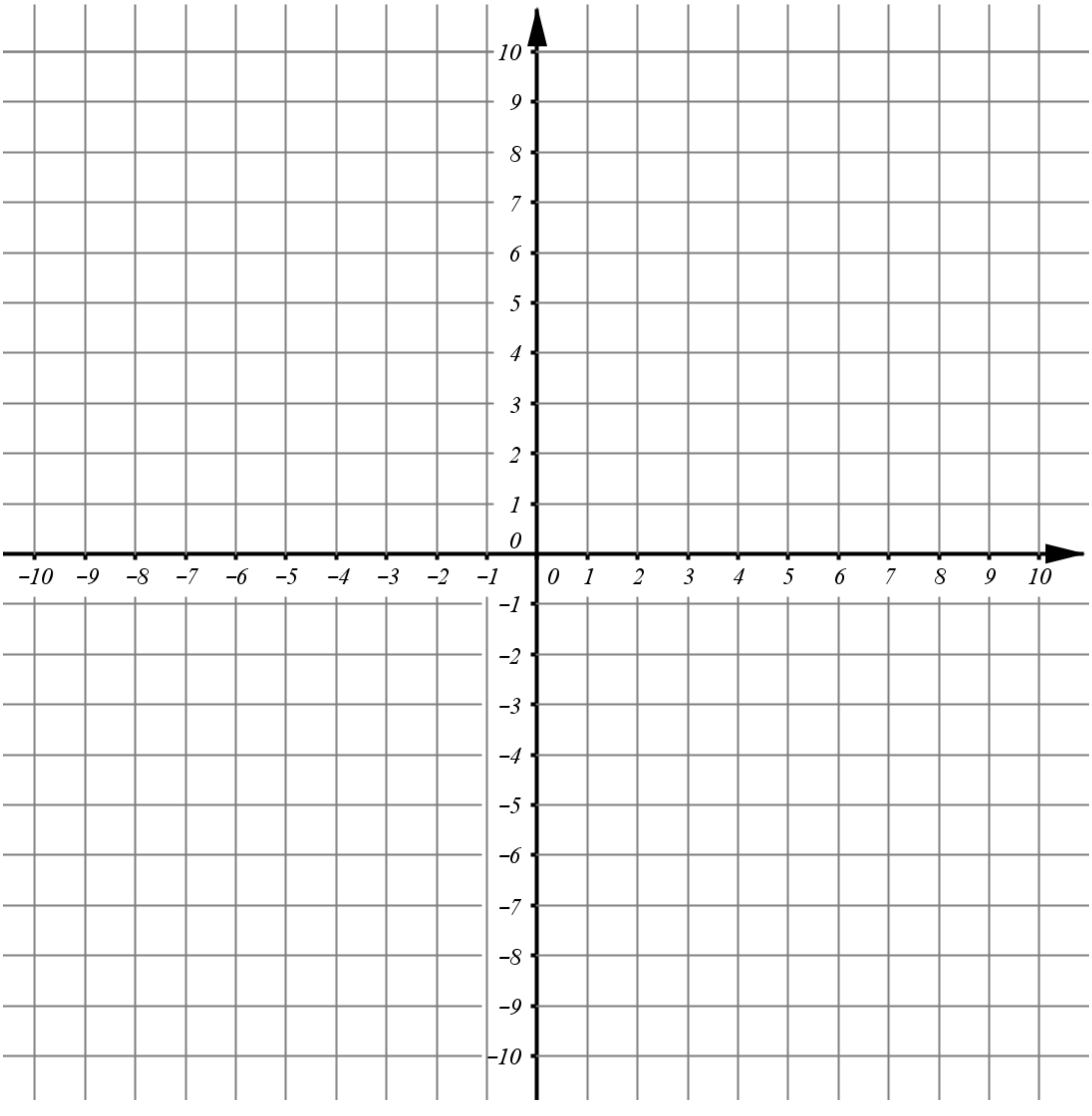
(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei drei Schüssen:

(i) mindestens einmal,

(ii) höchstens einmal ins Tor zu treffen? (2P)

Anhang

Koordinatensystem zu 2.2 Bestimmtes Integral – Grenzen



Koordinatensystem zu 2.3 Flächeninhalt