Internationales / International Affairs
Studienkolleg / Preparatory School

Technische Universität Berlin

Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Eignung ausländischer Studienbewerberinnen und Studienbewerber zum Hochschulstudium im Land Berlin für naturwissenschaftliche und technische Studiengänge (Feststellungsprüfung für T-Kurse)

Physik (T-Kurs) – Prüfungsbeispiel 1

Die Prüfung besteht aus 2 Teilen mit insgesamt 6 Aufgaben.

Bitte wählen Sie 2 Aufgaben aus dem Teil Mechanik (M) und 2 Aufgaben aus dem Teil Elektrizität (E) zur Bearbeitung aus.

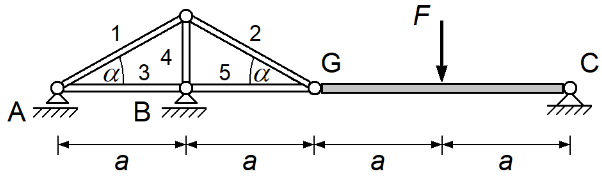
In jeder Aufgabe werden 20 Punkte vergeben.

Bearbeitungszeit:	**3 Stunden**
Erlaubte Hilfsmittel:	**Formelsammlung, Taschenrechner, Zeichengerät, einsprachiges deutsches Wörterbuch**

Aufgabe 1-M: Statik starrer Körper

Teil 1: Auflagerreaktionen, Fachwerk

Ein Balken und ein Fachwerk sind im Punkt G durch ein Gelenk verbunden. Das System ist wie abgebildet in den Punkten A, B und C gelagert. In der Mitte des Balkens wirkt eine Kraft F senkrecht nach unten.



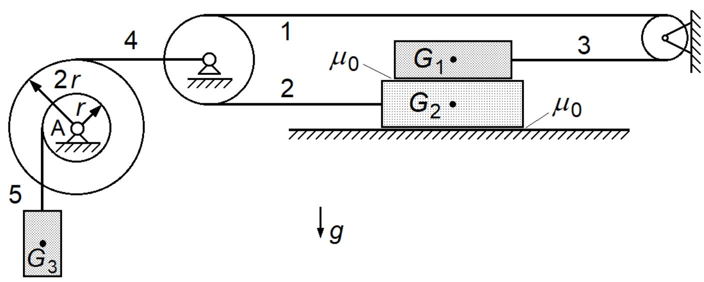
a) Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten A, B und C sowie die Kräfte im Gelenk G. **(5,0 Punkte)**

b) Bestimmen Sie die Stabkräfte in allen Stäben des Fachwerks und geben Sie jeweils an, ob es sich um Zug- oder Druckstäbe handelt. **(5,0 Punkte)**

Gegeben: F , a , $\alpha = 30°$, Gewichtskräfte von Balken und Stäben vernachlässigbar.

Teil 2: Haftung

Zwei Steine 1 und 2 (Gewicht G_1 , G_2) liegen übereinander auf einer horizontalen Ebene. Zwischen den Steinen 1 und 2 sowie zwischen dem Stein 2 und der Ebene herrscht Haftung (Haftkoeffizient μ_0). Die Steine sind außerdem wie abgebildet über ein System aus einem Seil und zwei Rollen verbunden. Am Mittelpunkt der linken Rolle ist ein weiteres Seil befestigt, das zum Außenrad (Radius $2\,r$) einer im Mittelpunkt A drehbar gelagerten Stufenrolle führt. Am Seil, das am Innenrad (Radius r) der Stufenrolle befestigt ist, hängt ein dritter Stein mit dem Gewicht G_3 senkrecht nach unten.



a) Zeichnen Sie Freikörperbilder für alle Systemteile. **(2,0 Punkte)**

Hinweis: Es ist nicht erforderlich, die Lagerkräfte an den Rollen einzuzeichnen, da sie für die weitere Bearbeitung ohne Bedeutung sind.

b) Bestimmen Sie alle auftretenden Seilkräfte in den Abschnitten 1, 2, 3, 4, 5 sowie die Haftkräfte an den Steinen 1 und 2. **(6,0 Punkte)**

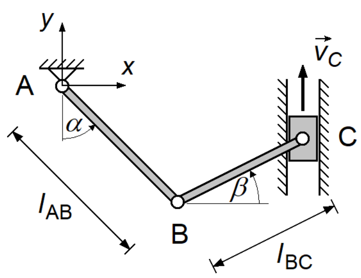
c) Bestimmen Sie die maximal zulässige Gewichtskraft $G_{3\,max}$, damit das System tatsächlich in Ruhe bleibt. **(2,0 Punkte)**

Gegeben: $G_1 = 1000\,\mathrm{N}$, $G_2 = 500\,\mathrm{N}$, $G_3 = 400\,\mathrm{N}$, $r = 0,1\,\mathrm{m}$, $\mu_0 = 0,25$.

Aufgabe 2-M: Kinematik

Teil 1: Starrkörperkinematik

Eine Stange (Länge l_{AB}) ist im Punkt A drehbar gelagert. Im Punkt B befindet sich ein Gelenk, an dem eine zweite Stange (Länge l_{BC}) angeschlossen ist. Die zweite Stange ist im Punkt C gelenkig mit einem Kolben verbunden, der sich in einem Zylinder vertikal hin und her bewegen kann. Zur Zeit t^* befindet sich das System in der dargestellten Lage, die Stange AB hat zu diesem Zeitpunkt die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\alpha}$.



a) Zeichnen Sie in der Skizze den Geschwindigkeitsvektor im Punkt B und den Momentanpol der Stange BC ein. **(2,0 Punkte)**

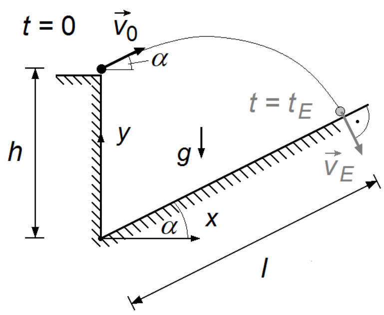
b) Bestimmen Sie für die Zeit t^* mithilfe der Eulerschen Geschwindigkeitsformel den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_B$ des Punktes B und den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_C$ des Punktes C (ohne Zahlenwerte). **(5,0 Punkte)**

c) Berechnen Sie für die Zeit t^* aus dem Ergebnis von Teil b) die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}$ der Stange BC und die Geschwindigkeit v_C des Kolbens (mit Zahlenwerten). **(3,0 Punkte)**

Gegeben: $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $l_{AB} = 0,6\,\text{m}$, $l_{BC} = 0,5\,\text{m}$, $\dot{\alpha} = 4\,\text{s}^{-1}$.

Teil 2: Wurfbewegung

Ein Ball wird zur Zeit $t = 0$ von einem Turm der Höhe h mit einer noch unbekannten Anfangsgeschwindigkeit v_0 im Winkel α schräg nach oben geworfen. Zu einer Zeit t_E trifft der Ball senkrecht auf eine schiefe Ebene, die ebenfalls im Winkel α zur Horizontalen geneigt ist.



a) Geben Sie die Koordinaten des Auftreffpunktes an, wenn der Ball in einem noch unbekannten Abstand l vom Fuß des Turmes auf die schiefe Ebene trifft. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt am Fuß des Turmes, der Abstand l wird längs der schiefen Ebene gemessen. **(2,0 Punkte)**

b) Bestimmen Sie die Flugzeit t_E des Balles. **(4,0 Punkte)**

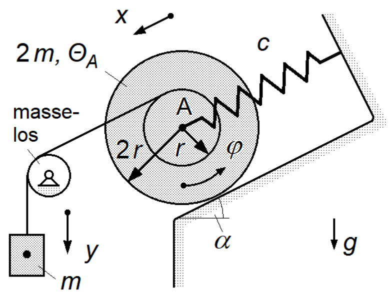
Hinweise: Benutzen Sie die Formeln für die Wurfbewegung aus der Formelsammlung. Es stellt sich am Ende heraus, dass die Flugzeit t_E weder von der Anfangsgeschwindigkeit v_0 noch vom Abstand l abhängig ist.

c) Bestimmen Sie die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und den Abstand l . **(4,0 Punkte)**

Gegeben: $\alpha = 30°$, $h = 20\,\text{m}$, $g = 10\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$, Luftwiderstand vernachlässigbar.

Aufgabe 3-M: Kinetik

Teil 1: Schwingungsdifferentialgleichung



Ein Stufenrad (Masse $2\,m$, Massenträgheitsmoment Θ_A, Innenradius r, Außenradius $2\,r$) kann auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel α) rollen. Der Mittelpunkt A des Stufenrades ist über eine parallel zur schiefen Ebene gespannte Feder (Federkonstante c) mit einer Wand verbunden. Auf dem Innenrad ist ein Seil aufgewickelt, das zunächst parallel zur schiefen Ebene zu einer kleinen Umlenkrolle läuft. Am anderen Ende des Seils hängt ein Stein (Masse m) senkrecht nach unten. Das System wird anfangs festgehalten, sodass die Feder entspannt ist. Von dieser Lage aus werden die Bewegungskoordinaten x, φ und y gemessen. Wenn man das System zur Zeit $t = 0$ loslässt, rollt das Stufenrad ein Stück nach unten und schwingt anschließend hin- und her. Der Luftwiderstand sowie die Massen von Umlenkrolle, Seil und Feder können vernachlässigt werden.

a) Geben Sie die kinematischen Beziehungen an, durch die die Bewegungskoordinaten φ und y mit der Bewegungskoordinate x verbunden sind. **(2,0 Punkte)**

b) Zeichnen Sie Freikörperbilder für Stein und Stufenrad. **(3,0 Punkte)**

c) Gewinnen Sie aus Schwerpunktsatz und Drallsatz die Schwingungsdifferentialgleichung des Systems, formuliert mit der Bewegungskoordinate x. **(6,0 Punkte)**

Teil 2: Freie, ungedämpfte Schwingungen

Für das in Teil 1 skizzierte System gilt:

$$\alpha = 30^\circ\,,\;\; r = 0,1\,\mathrm{m}\,,\;\; m = 20\,\mathrm{kg}\,,\;\; g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,,\;\; c = 880\,\mathrm{N\,m^{-1}}\,.$$

Das Massenträgheitsmoment Θ_A ist zunächst unbekannt, eine Messung ergibt jedoch, dass das System eine Schwingungsdauer von $T = \pi\,\mathrm{s}$ besitzt. Mit den angegebenen Werten lautet die Schwingungsdifferentialgleichung aus Teil 1:

$$\ddot{x}(t) + \frac{35,2\,\mathrm{N\,m}}{3,4\,\mathrm{kg\,m^2} + \Theta_A}\,x(t) = \frac{20\,\mathrm{N\,m^2}}{3,4\,\mathrm{kg\,m^2} + \Theta_A}\,.$$

a) Nutzen Sie die gegebenen Informationen, um das Massenträgheitsmoment Θ_A zu bestimmen. **(2,0 Punkte)**

b) Geben Sie die allgemeine Lösung der Schwingungsdifferentialgleichung an (mit Zahlenwerten). **(3,0 Punkte)**

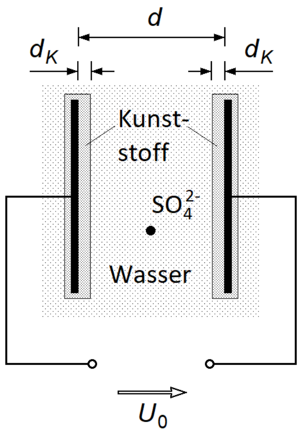
c) Passen Sie die allgemeine Lösung an die Anfangsbedingungen an. **(3,0 Punkte)**

d) Geben Sie die statische Ruhelage x_{stat} des Punktes A an. **(1,0 Punkte)**

Aufgabe 4-E: Elektrisches und magnetisches Feld

Teil 1: Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator (Plattenfläche A, Plattenabstand d) soll zur Füllstandskontrolle in einen Behälter mit Wasser (relative Permittivität $\varepsilon_{r,W}$) eingebaut werden. Zum Schutz gegen Kurzschluss werden die Platten mit einer Schicht aus Kunststoff (relative Permittivität $\varepsilon_{r,K}$) überzogen.



a) Bestimmen Sie die Dicke d_K der Kunststoffschicht so, dass die Gesamtkapazität des Kondensators im vollständig gefüllten Zustand den Wert $C_{ges} = 500\,\text{pF}$ hat. **(6,0 Punkte)**

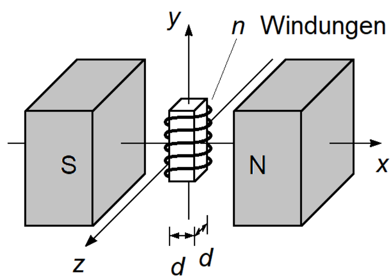
b) Der Kondensator wird mit einer Spannungsquelle von $U_0 = 1000\,\text{V}$ verbunden. Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke E_W im Wasser zwischen den Platten. **(4,0 Punkte)**

c) Im Wasser sind Sulfat-Ionen SO_4^{2-} gelöst. Bestimmen Sie die elektrische Anziehungskraft, die auf ein einzelnes Sulfat-Ion wirkt. **(2,0 Punkte)**

Gegeben: $A = 15\,\text{cm}^2$, $d = 1,5\,\text{mm}$, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\text{C}\,\text{V}^{-1}\text{m}^{-1}$, $\varepsilon_{r,W} = 81$, $\varepsilon_{r,K} = 3$, $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$.

Teil 2: Elektrogenerator und Elektromotor

Eine Spule mit $n = 50$ Windungen und quadratischer Querschnittsfläche (Kantenlänge $d = 20\,\text{mm}$) ist drehbar zwischen den Polen eines Hufeisenmagneten (magnetische Flussdichte $B = 10\,\text{mT}$) gelagert. Die Achse der Spule zeigt in y-Richtung, die Spule kann sich sowohl um die y-Achse, als auch um die x- und die z-Achse drehen.



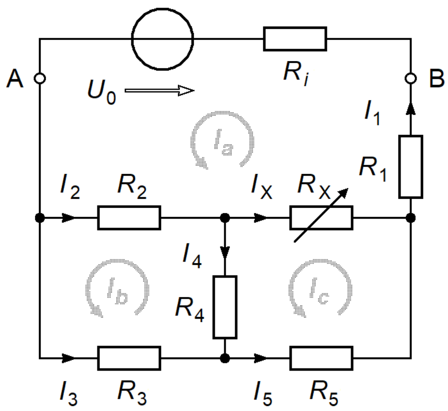
a) Die Spule wird nacheinander um alle drei Achsen gedreht. Die Drehzahl beträgt jeweils 3000 Umdrehungen pro Minute. Bestimmen Sie für jede Drehung den Maximalwert der induzierten Spannung zwischen den Anschlüssen der Spule. **(5,0 Punkte)**

b) Durch die Spule wird ein Strom mit der Stärke $I = 100\,\text{mA}$ geleitet. Geben Sie an, um welche Achse sich die Spule dreht, und bestimmen Sie das maximale Drehmoment. **(3,0 Punkte)**

Aufgabe 5-E: Gleichstromkreise

Teil 1: Netzwerk

Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Gleichstromnetzwerk mit einer realen Spannungsquelle (Leerlaufspannung U_0, Innenwiderstand R_i) und sechs Widerständen R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_X.



a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem für die Maschenströme I_a, I_b, I_c auf **(6,0 Punkte)**

b) Geben Sie an, wie die Zweigströme I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_X mit den Maschenströmen I_a, I_b, I_c zusammenhängen. **(3,0 Punkte)**

Hinweis zu Teil a) und b): Schreiben Sie nur die Gleichungen auf. Setzen Sie keine Zahlenwerte ein und beachten Sie die Pfeilrichtungen in der Abbildung.

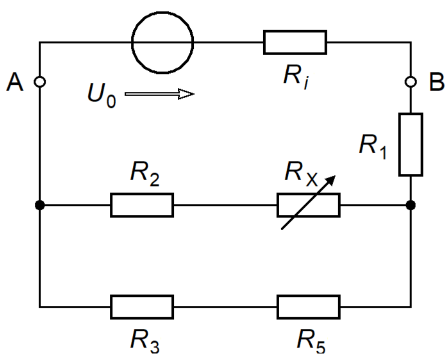
Die ersten fünf Widerstände haben die Werte $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 1\,\Omega$, $R_3 = 1,5\,\Omega$, $R_4 = 2,5\,\Omega$, $R_5 = 4,5\,\Omega$. Für den regelbaren Widerstand R_X gilt: $0 \leq R_X \leq 10\,\Omega$.

c) Auf welchen Wert muss der Widerstand R_X eingestellt werden, damit im Widerstand R_4 kein Strom fließt ($I_4 = 0$)? **(2,0 Punkte)**

Hinweis: Diese Frage lässt sich unabhängig von den Teilen a) und b) beanworten.

Teil 2: Reale Spannungsquelle, Widerstandsschaltung

Der Widerstand R_4 wird ersatzlos aus dem Netzwerk entfernt und der regelbare Widerstand auf den Wert $R_X = 5\,\Omega$ eingestellt. Für die reale Spannungsquelle gilt: $U_0 = 72\,\mathrm{V}$, $R_i = 5\,\Omega$.



a) Geben Sie die Kurzschlussstromstärke I_K der realen Spannungsquelle an. **(1,0 Punkte)**

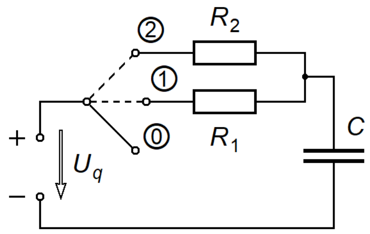
b) Bestimmen Sie **(8,0 Punkte)**

- den Außenwiderstand R_a an den Anschlussklemmen A und B,
- die Klemmenspannung U_{AB},
- die von der realen Spannnungsquelle abgegebene Leistung P_a,
- den Wirkungsgrad η der Leistungsübertragung.

Aufgabe 6-E: Schaltvorgänge, Wechselstromkreise

Teil 1: Aufladung eines Kondensators

Zwei Verbraucher mit den Widerständen $R_1 = 20\,\Omega$ und $R_2 = 5\,\Omega$ sowie ein Kondensator mit der Kapazität $C = 0,2\,\mathrm{F}$ sind wie gezeichnet über einen Schalter an eine ideale Spannungsquelle mit der Quellenspannung $U_q = 15\,\mathrm{V}$ angeschlossen. Am Anfang befindet sich der Schalter in der Position 0, der Kondensator ist ungeladen.



Zur Zeit $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ wird der Schalter in die Position 1 gedreht.

a) Bestimmen Sie die Stromstärke $i_0 = i(t_0)$, die unmittelbar nach dem Schalten in den Kondensator fließt, sowie die Ladungsmenge $q_1 = q(t_1)$, die zur Zeit $t_1 = 4\,\mathrm{s}$ im Kondensator gespeichert ist. **(2,0 Punkte)**

Zur Zeit $t_1 = 4\,\mathrm{s}$ wird der Schalter in die Position 2 gedreht.

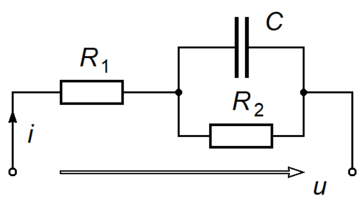
b) Bestimmen Sie die Ladungsmenge $q_\infty = \lim_{t\to\infty} q(t)$, die nach langer Zeit $t \to \infty$ im Kondensator gespeichert ist. **(1,0 Punkte)**

c) Bestimmen Sie die Stromstärke $i_1 = i(t_1)$, die unmittelbar nach dem Schalten in den Kondensator fließt. **(3,0 Punkte)**

d) Stellen Sie den zeitlichen Verlauf der Ladungsmenge $q(t)$ in einem t, q-Diagramm grafisch dar. Zeichnen Sie auch die Tangenten zu den Zeiten $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ und $t_1 = 4\,\mathrm{s}$ ein. **(4,0 Punkte)**

Teil 2: Impedanz einer RC-Kombination

Die nebenstehend dargestellte Schaltung besteht aus zwei Widerständen $R_1 = 10\,\Omega$ und $R_2 = 20\,\Omega$ sowie einer Kapazität $C = 47\,\mu\mathrm{F}$. Durch die Schaltung fließt ein Wechselstrom mit der Amplitude $\hat{\imath} = 0,5\,\mathrm{A}$, der Frequenz $f = 50\,\mathrm{Hz}$ und dem Nullphasenwinkel $\varphi_0 = 0°$.



Bestimmen Sie

a) die Gesamtimpedanz $\underline{Z}_{ges}$ der Schaltung, **(6,0 Punkte)**

b) die Amplitude $\hat{u}$ der Spannung, **(2,0 Punkte)**

c) den Phasenverschiebungswinkel $\Delta\varphi$ zwischen Spannung und Stromstärke. **(2,0 Punkte)**

Internationales / International Affairs
Studienkolleg / Preparatory School

Technische Universität Berlin

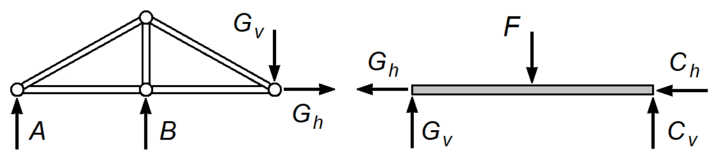
Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Eignung ausländischer Studienbewerberinnen und Studienbewerber zum Hochschulstudium im Land Berlin für naturwissenschaftliche und technische Studiengänge (Feststellungsprüfung für T-Kurse)

Physik (T-Kurs) – Prüfungsbeispiel 1

Ergebnisse (ohne Gewähr)

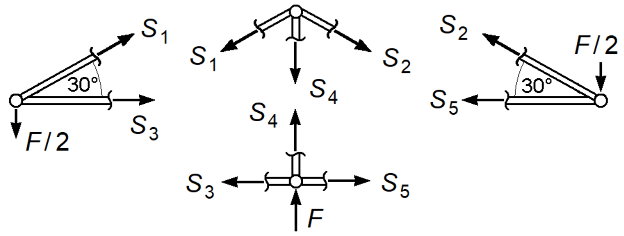
Aufgabe 1-M / Teil 1:

a)



b)
$$G_h = C_h = 0$$
$$G_v = C_v = F/2$$
$$A = -F/2$$
$$B = F$$

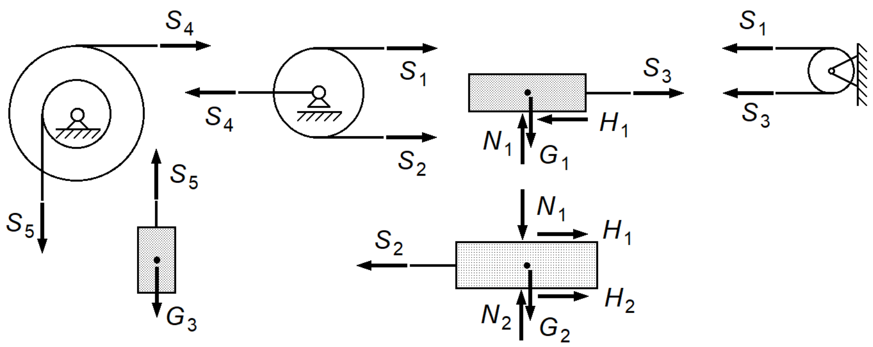
c)



$$S_1 = \frac{F/2}{\sin(30^\circ)} = F \qquad \textit{(Zug)}$$
$$S_3 = -S_1 \cos(30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,F \qquad \textit{(Druck)}$$
$$S_5 = S_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,F \qquad \textit{(Druck)}$$
$$S_4 = -F \qquad \textit{(Druck)}$$
$$S_2 = S_1 = F \qquad \textit{(Zug)}$$

Aufgabe 1-M / Teil 2:

a)



b) $S_5 = G_3 = 400\,\mathrm{N}$, $S_4 = \frac{1}{2}\,S_5 = \frac{1}{2}\,G_3 = 200\,\mathrm{N}$, $S_1 = S_2 = \frac{1}{2}\,S_4 = \frac{1}{4}\,G_3 = 100\,\mathrm{N}$,

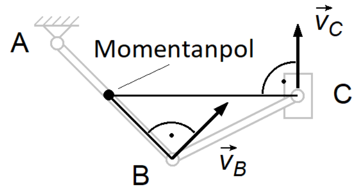
$S_3 = S_1 = \frac{1}{4}\,G_3 = 100\,\mathrm{N}$

$H_1 = S_3 = \frac{1}{4}\,G_3 = 100\,\mathrm{N}$, $H_2 = S_2 - H_1 = 0$

c) $H_1 \leq \mu_0\,N_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4}\,G_3 \leq \mu_0\,G_1 \quad \Rightarrow \quad G_3 \leq 4\,\mu_0\,G_1 \quad \Rightarrow \quad G_3 \leq 1000\,\mathrm{N}$

Aufgabe 2-M / Teil 1:

a)



b) $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{AB}$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} l_{AB} \sin(\alpha) \\ -l_{AB} \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dot{\alpha}\, l_{AB} \cos(\alpha) \\ \dot{\alpha}\, l_{AB} \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{BC} \times \vec{r}_{BC}$

$$= \begin{pmatrix} \dot{\alpha}\, l_{AB} \cos(\alpha) \\ \dot{\alpha}\, l_{AB} \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} l_{BC} \cos(\beta) \\ l_{BC} \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dot{\alpha}\, l_{AB} \cos(\alpha) - \dot{\beta}\, l_{BC} \sin(\beta) \\ \dot{\alpha}\, l_{AB} \sin(\alpha) + \dot{\beta}\, l_{BC} \cos(\beta) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_C \\ 0 \end{pmatrix}$$

c) $\dot{\beta} = \dot{\alpha} \dfrac{l_{AB} \cos(\alpha)}{l_{BC} \sin(\beta)} \approx 6,79\,\mathrm{s}^{-1}$, $v_C = \dot{\alpha}\, l_{AB} \sin(\alpha) + \dot{\beta}\, l_{BC} \cos(\beta) \approx 4,64\,\mathrm{m\,s}^{-1}$

Aufgabe 2-M / Teil 2:

a) $x_E = l \cos(\alpha)$, $y_E = l \sin(\alpha)$

b) $x(t_E) = v_0 \cos(\alpha)\, t_E \overset{!}{=} x_E = l \cos(\alpha) \quad \Rightarrow \quad v_0\, t_E = l$

$$y(t_E) = -\frac{1}{2} g\, t_E^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t_E + h \overset{!}{=} y_E = l \sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} g\, t_E^2 + h = 0 \quad \Rightarrow \quad t_E = \sqrt{\frac{2\,h}{g}} = 2\,\mathrm{s}$$

c) $\dot{x}(t_E) = v_0 \cos(\alpha)$, $\dot{y}(t_E) = -g\, t_E + v_0 \sin(\alpha)$

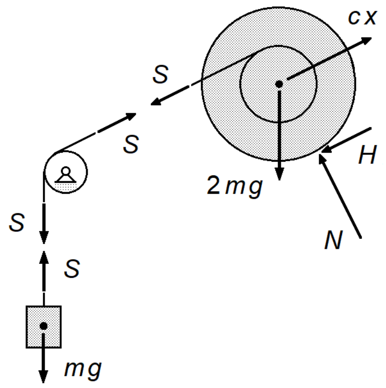
$$\tan(-60^\circ) = \frac{\dot{y}(t_E)}{\dot{x}(t_E)} \quad \Rightarrow \quad -v_0 \cos(\alpha) \tan(60^\circ) = -\sqrt{2\,g\,h} + v_0 \sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{2\,g\,h} = 10\,\mathrm{m\,s}^{-1} \quad , \quad l = 20\,\mathrm{m}$$

Aufgabe 3-M / Teil 1:

a) Drehung um den Momentanpol: $x = 2\,r\,\varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi = \dfrac{x}{2\,r} \quad , \quad y = 3\,r\,\varphi = \dfrac{3}{2}\,x$

b)



c) Schwerpunktsatz für den Stein:

$$\frac{3}{2}\,m\,\ddot{x} = m\,g - S$$

Schwerpunktsatz für das Stufenrad:

$$2\,m\,\ddot{x} = 2\,m\,g\,\sin(\alpha) + S + H - c\,x$$

Drallsatz für das Stufenrad:

$$\Theta_A\,\frac{\ddot{x}}{2\,r} = S\,r - H \cdot 2\,r$$

Elimination von S und H :

$$\left(\frac{17}{2}\,m + \frac{\Theta_A}{2\,r^2}\right)\ddot{x} = m\,g\,\Big(4\,\sin(\alpha) + 3\Big) - 2\,c\,x$$

Aufgabe 3-M / Teil 2:

a) $\omega^2 = \dfrac{4\,\pi^2}{T^2} = 4\,\mathrm{s}^{-2} = \dfrac{35,2\,\mathrm{N\,m}}{3,4\,\mathrm{kg\,m^2} + \Theta_A} \quad \Rightarrow \quad \Theta_A = 5,4\,\mathrm{kg\,m^2}$

b) $\ddot{x}(t) + 4\,\mathrm{s}^{-2} \cdot x(t) = 2,27\,\mathrm{m\,s^{-2}} \quad \Rightarrow \quad x(t) = a\,\cos\left(2\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t\right) + b\,\sin\left(2\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t\right) + 0,57\,\mathrm{m}$

c) $x(0) = 0 \;\Rightarrow\; a = -0,57\,\mathrm{m}\;, \quad \dot{x}(0) = 0 \;\Rightarrow\; b = 0\;, \quad x(t) = 0,57\,\mathrm{m} \cdot \left(1 - \cos\left(2\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t\right)\right)$

d) $x_{stat} = 0,57\,\mathrm{m}$

Aufgabe 4-E / Teil 1:

a) *Betrachtung als Reihenschaltung:*

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_W} + \frac{1}{C_K} = \frac{2\,d_K}{A\,\varepsilon_K} + \frac{d - 2\,d_K}{A\,\varepsilon_W} = \frac{2\,d_K}{A}\,\frac{\varepsilon_W - \varepsilon_K}{\varepsilon_W\,\varepsilon_K} + \frac{d}{A\,\varepsilon_W}$$

$$\Rightarrow \quad d_K = \left(\frac{\varepsilon_W\,A}{C_{ges}} - d\right)\frac{\varepsilon_K}{2\,(\varepsilon_W - \varepsilon_K)} \approx 12,5\,\mu\mathrm{m}$$

b) $C_K = \varepsilon_K\,\dfrac{A}{d_K} \approx 3,19\,\mathrm{nF}$

$$U_W = U_0 - 2\,U_K = U_0 - 2\,\frac{Q}{C_K} = U_0 - 2\,\frac{C_{ges}\,U_0}{C_K} = U_0\left(1 - 2\,\frac{C_{ges}}{C_K}\right) \approx 686\,\mathrm{V}$$

$$E_W = \frac{U_W}{d - 2\,d_K} \approx 465,1\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$$

c) $F_{el} = 2\,e\,E_W \approx 1,49 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{N}$

Aufgabe 4-E / Teil 2:

a) *Drehung um die y-Achse:* $u_{ind} = 0$

Drehung um die x-Achse: $u_{ind} = 0$

Drehung um die z-Achse:

$u_{ind,max} = n\,\omega\,B\,d^2 = 50 \cdot 2\,\pi \cdot 50\,\mathrm{s^{-1}} \cdot 0,01\,\mathrm{T} \cdot 0,02^2\,\mathrm{m^2} \approx 62,8\,\mathrm{mV}$

b) *Drehung um die z-Achse*

$M_{max} = n\,I\,d^2\,B = 50 \cdot 0,1\,\mathrm{A} \cdot 0,02^2\,\mathrm{m^2} \cdot 0,01\,\mathrm{T} = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Nm}$

Aufgabe 5-E / Teil 1:

a) $(R_i + R_1 + R_2 + R_X)\ I_a - R_2\, I_b - R_X\, I_c = U_0$

$-R_2\, I_a + (R_2 + R_3 + R_4)\, I_b - R_4\, I_c = 0$

$-R_X\, I_a - R_4\, I_b + (R_4 + R_5 + R_X)\, I_c = 0$

b) $I_1 = I_a \quad , \quad I_3 = I_b \quad , \quad I_5 = I_c$

$I_2 = I_a - I_b \quad , \quad I_4 = I_c - I_b \quad , \quad I_X = I_a - I_c$

c) $I_2 = I_X = I_{2X} \quad , \quad I_3 = I_5 = I_{35}$

$$I_{2X}\, R_2 = I_{35}\, R_3 \quad , \quad I_{2X}\, R_X = I_{35}\, R_5 \quad \Rightarrow \quad \frac{R_X}{R_2} = \frac{R_5}{R_3} \quad \Rightarrow \quad R_X = R_2\, \frac{R_5}{R_3} = 3\,\Omega$$

Aufgabe 5-E / Teil 2:

a) $I_K = \dfrac{U_0}{R_i} = 14,4\,\mathrm{A}$

b) $R_a = R_1 + \dfrac{(R_2 + R_X)\,(R_3 + R_5)}{R_2 + R_X + R_3 + R_5} = 5\,\Omega$

$I = \dfrac{U_0}{R_i + R_a} = 7,2\,\mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = I\, R_a = 36\,\mathrm{V}$

$P_a = U_{AB}\, I = 259,2\,\mathrm{W}$

$\eta = \dfrac{U_{AB}}{U_0} = 0,5$

Aufgabe 6-E / Teil 1:

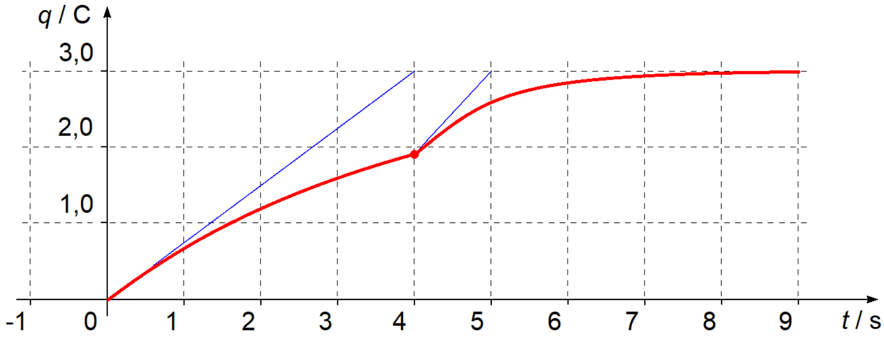
a) $i_0 = \dfrac{U_q}{R_1} = 0,75\,\text{A}$

$q_1 = U_q\,C\left(1 - \mathrm{e}^{-t_1/R_1\,C}\right) \approx 1,9\,\text{C}$

b) $q_\infty = U_q\,C = 3\,\text{C}$

c) $i_1 = \dfrac{q_\infty - q_1}{R_2\,C} \approx 1,1\,\text{A}$

d)



Aufgabe 6-E / Teil 2:

a) $\dfrac{1}{\underline{Z}_{2C}} = \dfrac{1}{\underline{Z}_2} + \dfrac{1}{\underline{Z}_C} = \dfrac{1}{R_2} + j\,\omega\,C \approx (0,05 + j\,0,01477)\,\Omega^{-1}$

$\Rightarrow \quad \underline{Z}_{2C} \approx \dfrac{0,05 - j\,0,01477}{0,05^2 + 0,01477^2}\,\Omega \approx (18,4 - j\,5,4)\,\Omega$

$\underline{Z}_{ges} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{2C} \approx (28,4 - j\,5,4)\,\Omega$

b) $Z_{ges} = |\underline{Z}_{ges}| \approx 28,9\,\Omega \quad \Rightarrow \quad \widehat{u} = Z_{ges}\,\widehat{\imath} \approx 14,45\,\text{V}$

c) $\tan(\Delta\varphi) = \dfrac{\Im(\underline{Z}_{ges})}{\Re(\underline{Z}_{ges})} \approx -0,19 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi \approx -10,8°$